

**Zadaci za vežbu:**

1. Slučajna promenljiva  $X$  ima raspodelu:

a)  $X: \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0,1 & 0,2 & p & 0,3 \end{pmatrix};$

b)  $X: \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ p & 2p & 3p & 2p \end{pmatrix}.$

Odrediti je u potpunosti.

**Rešenje:** a)  $p=0,4;$

b)  $p=\frac{1}{8}.$

2. Raspodela za  $X$  data je tabelom  $X: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ p & t & 2p & t/2 \end{pmatrix}.$

Koje su moguće vrednosti za  $p$  i  $t$ ?

**Rešenje:** a)  $0 \leq p \leq \frac{1}{3};$

b)  $0 \leq t \leq \frac{2}{3}.$

3. Neka je  $E(X)=3$  i  $E(Y)=1$ . Naći  $E(Z)$  za:

a)  $Z=2X+3Y;$

b)  $Z=5X-6Y-3.$

**Rešenje:** a)  $E(Z)=9;$

b)  $E(Z)=6.$

4. Neka je  $E(X)=3$ ,  $D(X)=2$ ,  $E(Y)=2$   $D(Y)=0$ . Naći:

a)  $E(Z)$  za  $Z=X(2Y+3X)+1;$

b)  $D(Z)$  za  $Z=(X+2Y)Y.$

**Rešenje:** a)  $E(Z)=46;$

b)  $D(Z)=8.$

5. Za slučajnu promenljivu  $X$  sa raspodelom  $X: \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0,15 & 0,40 & 0,30 & 0,10 & 0,05 \end{pmatrix}$  odrediti  $E(X)$ ,  $E(X^2)$  i  $D(X)$ .

**Rešenje:**  $E(X)=0,5; E(X^2)=1,3; D(X)=1,05.$

6. Neka  $X$  ima binomnu  $\mathcal{B}(n,p)$  raspodelu. Naći  $n$  i  $p$  ako je  $E(X)=12$  i  $D(X)=4$ .

**Rešenje:**  $\mathcal{B}(18, \frac{1}{3}).$

7. Strelac koji pogađa cilj sa verovatnoćom  $0,4$  ima na raspolaganju  $4$  metka, pri čemu gađanje prekida kada pogodi metu ili kada potroši metke. Koliko se očekuje da potroši metaka?

**Rešenje:**  $E(X)=2,176.$

8. Ako slučajna promenljiva  $X$  uzima samo dve vrednosti  $x_1$  i  $x_2$ , svaku sa verovatnoćom 0,5, onda je  $\sigma^2(X)$  jednako kvadratu polurazlike ovih vrednosti. Dokazati.
9. Diskretna slučajna promenljiva ima samo dve moguće vrednosti  $x_1$  i  $x_2$  ( $x_1 < x_2$ ). Ako je  $p(x_1)=0,6$ ,  $E(X)=1,4$  i  $\sigma^2(X)=0,24$ , odrediti raspodelu ove slučajne promenljive.

**Rešenje:**  $E(X)=x_1 \cdot 0,6 + x_2(1-0,6)$  odakle dobijamo jednačinu  $3x_1 + 2x_2 = 7$  (1).

$$\sigma^2(X) = E(X^2) - E(X)^2 = 0,6x_1^2 + 0,4x_2^2 - 1,4^2 = 0,24, \text{ pa je } 3x_1^2 + 2x_2^2 = 11 \text{ (2)}.$$

Uz uslov  $x_1 < x_2$  sistem jednačina (1) i (2) daje rešenje  $x_1=1$  i  $x_2=2$ , pa je  $X: \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0,6 & 0,4 \end{pmatrix}$ .

10. Slučajna promenljiva  $X$  ima raspodelu  $X: \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ p_1 & p_2 & p_3 \end{pmatrix}$ .

Odrediti  $p_1$ ,  $p_2$  i  $p_3$  ako je  $E(X) = \frac{3}{4}$  i  $\sigma^2(X) = \frac{11}{16}$ .

**Rešenje:**  $p_1 = \frac{1}{2}$ ,  $p_2 = \frac{1}{4}$ ,  $p_3 = \frac{1}{4}$ .