

Бројевни системи

Бинарни бројеви

Бинарне цифре: 0, 1

Рачунар користи бинарне бројеве да би чувао све податке у меморији рачунара као и да би њима манипулисао.

Бинарни систем се користи због једноставности јер је лакше комбиновати два броја од нпр. 10 колико има децимални систем.

Бит је најмања јединица меморије и може да има једно од два стања, 0 ако нема напона или 1 ако има напона. Наука покушава да направи кванти рачунар који би могао да има и треће стање, тј. комбинацију нуле и јединице.

Са 4 бита може се сачувати 2^4 стања (података), са 5 може 2^5 итд.

Децимални бројеви

Децималне цифре: 0,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

Користе се у свакодневном рачунању и блиски су људима.

Представљају начин на који људи процесуирају податке тако је потребна конверзија из бинарног система који користи рачунар.

Октални бројеви

Окталне цифре: 0,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Брже се процесуирају од децималних бројева али је за потребе бројева 8 и 9 потребна је конверзија у децимални систем.

Користе се у електронским уређајима који могу да приказују само бројеве. На слици испод се види један такав електронски дисплеј.



Хексадецимални бројеви

Хексадецималне цифре: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A (10), B (11), C (12), D (13), E (14), F (15)

Две цифре могу да представе цео бајт (8 битова) што је доста брже од писања осам цифара у бинарном систему.

Користе се често у информатици а најчешће се користи код дизајнирања веб страна и то код *RGB* система боја где се свака боја представља једим хексадецималним бројем. На слици испод је приказан пример.



Конверзија бинарних бројева

Конверзија бинарних у децималне бројеве се врши сабирањем свих вредности бита помножених са бројем 2 који су степеновани на одређене позиције на којима се налазе. Позиције се рачунају с десна на лево повећавајући се за 1 док прва позиција има вредност 0. Уколико постоји размак са леве стране и цифра 1 испред броја то значи да је вредност негативна, док цифра 0 или изостављена цифра означавају позитиван број.

Конвертовати следеће бинарне бројеве у децималне:

а) 101110

б) 101.001

в) 1 10111 (негативан број)

$$\text{а) } 101110 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 46_{10}$$

$$\text{б) } 101.001 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} = 5.125_{10}$$

$$\text{в) } 1\ 10111 = -(1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0) = -23_{10}$$

Конверзија бинарних у окталне бројеве се врши тако што се бинарни број подели тако да свака целина има 3 цифре и то почевши од десне стране. Уколико група нема 3 цифре могу се додати нуле са леве стране да би се добила целина која има 3 цифре, осим уколико је у питању децимална вредност у ком случају се за децимале додају нуле са десне стране. Након тога се из следеће табеле само замењују вредности.

Вредност	Бинарна вредност		
0	0	0	0
1	0	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0
5	1	0	1

6	1	1	0
7	1	1	1

Конвертовати следеће бинарне бројеве у окталне:

а) 110110101

б) 10011

$$\text{а) } 110110101_2 = 110\ 110\ 101 = 665_8$$

$$\text{б) } 10011_2 = 010\ 011 = 23_8$$

За конверзију у хексадецималне важи исто што и за окталне с тим што група садржи 4 цифре и важи проширена табела.

Вредност	Бинарна вредност			
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
A	1	0	1	0
B	1	0	1	1
C	1	1	0	0
D	1	1	0	1
E	1	1	1	0
F	1	1	1	1

Конвертовати следеће бинарне бројеве у хексадецималне:

- а) 10011110
- б) 101101
- в) 11010.01011

$$\text{а) } 10011110_2 = 1001 \ 1110 = 9E_{16}$$

$$\text{б) } 101101_2 = 0010 \ 1101 = 2D_{16}$$

$$\text{в) } 11010.01011_2 = 0001 \ 1010.0101 \ 1000 = 1A.58_{16}$$

Конверзија децималних бројева

Конверзија децималних бројева у бинарне се врши тако што се број дели са бројем 2 докле год количник не буде 0. Приликом сваког дељења се пише остатак 1 уколико он постоји или 0 уколико не постоји. Код децималног броја са покретним зарезом, број након децималног зареза тј. остатак се множи са 2 док се не добије производ 0. Када количник буде 0 узима се остатак одоздо на горе и записује као бинарни број.

Конвертовати следеће децималне бројеве у бинарне:

- а) 260
- б) 0.0625
- в) 3.166

a) 260

	rezultat	ostatak
260:2	130	0
130:2	65	0
65:2	32	1
32:2	16	0
16:2	8	0
8:2	4	0
4:2	2	0
2:2	1	0
1:2	0	1

$260_{10} \rightarrow 10000100_2$

b) 0.0625

	rezultat	prenos
$0.0625 \cdot 2$	0.1250	0
$0.1250 \cdot 2$	0.250	0
$0.250 \cdot 2$	0.5	0
$0.5 \cdot 2$	1.0	1

$0.0625_{10} \rightarrow 0.0001_2$

c) 3.166

	rezultat	ostatak
3:2	1	1
1:2	0	1

$3_{10} \rightarrow 11_2$

	rezultat	prenos
$0.166 \cdot 2$	0.332	0
$0.332 \cdot 2$	0.664	0
$0.664 \cdot 2$	0.328	1
$0.328 \cdot 2$	0.656	0
$0.656 \cdot 2$	0.312	1
$0.312 \cdot 2$	0.624	0
$0.624 \cdot 2$	0.248	1

$0.166_{10} \rightarrow 0.0010101\dots_2$
 $3.166_{10} \rightarrow 11.0010101\dots_2$

Конверзија децималних бројева у окталне се врши идентично као и код конверзије у бинарни број с тим што се број дели са 8 а остатак може да буде било који од цифара окталног система.

Конвертовати следеће децималне бројеве у окталне:

- a) 275
- б) 31.7

a) 275

	rezultat	ostatak
$275:8$	34	3
$34:8$	4	2
$4:8$	0	4

$275_{10} \rightarrow 423_8$

b) 31.7

	rezultat	ostatak
31:8	3	7
3:8	0	3
$31_{10} \rightarrow 37_8$		

$31_{10} \rightarrow 37_8$

	rezultat	prenos
$0.7 \cdot 8$	0.6	5
$0.6 \cdot 8$	0.8	4
$0.8 \cdot 8$	0.4	6
$0.4 \cdot 8$	0.2	3
$0.2 \cdot 8$	0.6	1
$0.6 \cdot 8$	0.8	4

$0.7_{10} \rightarrow 0.546314 \dots_8$

$31.7_{10} \rightarrow 37.546314 \dots_8$

Конверзија децималних бројева у хексадецималне се врши идентично као и код конверзије у октални број с тим што се број дели са 16 а остатак који има вредност од 10 до 15 се замењује одређеним словом.

Конверзија окталних бројева

Конверзија окталних бројева у децималне се врши на исти начин као и конверзија бинарних у децималне с тим што је основа са којом се множи 8 уместо броја 2.

Конвертовати следеће окталне бројеве у децималне:

- a) 3107
- б) 13765
- б) 13.13

$$a) 3107_8 = 3 \cdot 8^3 + 1 \cdot 8^2 + 0 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 = 1607_{10}$$

$$b) 13765_8 = 1 \cdot 8^4 + 3 \cdot 8^3 + 7 \cdot 8^2 + 6 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 = 6133_{10}$$

$$c) 13.13_8 = 1 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 + 1 \cdot 8^{-1} + 3 \cdot 8^{-2} = 11.171..._{10}$$

Конверзија окталних бројева у бинарне се врши тако што се свака појединачна цифра претвори у бинари еквивалент (уз помоћ табеле) а затим се цео број споји и добије јединствен бинарни број.

Конвертовати следеће окталне бројеве у бинарне:

- a) 320
- б) 245.15
- б) 13.546

$$a) 320_8 = 011\ 010\ 000 = 011010000_2$$

$$b) 245.15_8 = 010\ 100\ 101.\ 001\ 101 = 010100101.001101_2$$

$$c) 13.546_8 = 001\ 011.\ 101\ 100\ 110 = 001011.101100110_2$$

Конверзија окталних бројева у хексадецималне се врши тако што се број прво претвори у бинарни а затим се из бинарног уз помоћ табеле претвори у хексадецимални. Као што се види додатни бит са лева стране се не рачуна у случају да је 0, међутим у случају да је 1 онда се додају нуле са леве стране да задовоље групу од 4 цифре.

Конвертовати следеће окталне бројеве у хексадецималне:

- a) 320
- б) 245.15
- б) 13.546

$$a) 320_8 = 011\ 010\ 000 = 011010000_2 = 0\ 1101\ 0000 = D0_{16}$$

$$b) 245.15_8 = 010\ 100\ 101.010\ 101 = 010100101.001101_2 = 0\ 1010\ 0101.0011\ 0100 = A5.34_{16}$$

$$c) 13.546_8 = 001\ 011.101\ 100\ 110 = 001011.101100110_2 = 00\ 1011.1011\ 0011\ 0 = B.B3_{16}$$

Конверзија хексадецималних бројева

Конверзија хексадецималних бројева у децималне бројеве се врши исто као и код конверзије бинарних у децималне с тим што се основа за множење 16.

Конвертовати следеће хексадецималне бројеве у децималне:

- a) 1BF
- б) A6C.3D

$$a) 1BF_{16} = 1 \cdot 16^2 + B \cdot 16^1 + F \cdot 16^0 = 447_{10}$$

$$b) A6C.3D_{16} = A \cdot 16^2 + 6 \cdot 16^1 + C \cdot 16^0 + 3 \cdot 16^{-1} + D \cdot 16^{-2} = 2668.23828125_{10}$$

Конверзија хексадецималних бројева у бинарне бројеве се врши тако што се свака вредност уз помоћ табеле замени одговарајућом бинарном вредношћу а затим се све цифре споје у један бинарни број. Уколико су на почетку бинарног броја четири нуле онда се оне могу заменити само једном нулом или уколико је на почетку низ 0001 онда се он може заменити само цифром 1.

Конвертовати следеће хексадецималне бројеве у бинарне:

- a) 1A
- б) 0.AC
- б) 15.0F

$$\text{a) } 1A_{16} = 0001\ 1010 = 00011010_2$$

$$\text{b) } 0.AC_{16} = 0000.\ 1010\ 1101 = 0.101011_2$$

$$\text{c) } 15.0F_{16} = 0001\ 0101.\ 0000\ 1111 = 10101.00001111_2$$

Конверзија хексадецималних бројева у окталне бројеве се врши тако што се прво хексадецимални број уз помоћ табеле претвори у бинарни број груписан по четири цифре а затим у бинарни број груписан по три цифре приликом чега се додају нуле са леве стране уколико је неопходно, а затим се помоћу табеле поново те групе претварају у окталне вредности.

Конвертовати следеће хексадецимални број у октални:

a) 9EBA3

$$9EBA3_{16} = 1001\ 1110\ 1011\ 1010\ 0011 = 010\ 011\ 110\ 101\ 110\ 100\ 011 = 2365643_8$$

ASCII и UNICODE

ASCII (*American Standard Code for Information Interchange*) представља систем по коме се сваки карактер чува као одређени цео број од 0 до 127. То је могуће зато што се за представљање било ког карактера користе 7 битова тј. 2^7 што представља могућих 128 комбинација. Уз помоћ ових 7 битова обухваћена су сва слова алфавета, специјални карактери, као и цифре од 0 до 9. Приказ ASCII табеле се може видети на слици испод.

Dec	Hx	Oct	Char	Dec	Hx	Oct	Html	Chr	Dec	Hx	Oct	Html	Chr	Dec	Hx	Oct	Html	Chr
0	0	000	NUL (null)	32	20	040	 	Space	64	40	100	@	@	96	60	140	`	`
1	1	001	SOH (start of heading)	33	21	041	!	!	65	41	101	A	A	97	61	141	a	a
2	2	002	STX (start of text)	34	22	042	"	"	66	42	102	B	B	98	62	142	b	b
3	3	003	ETX (end of text)	35	23	043	#	#	67	43	103	C	C	99	63	143	c	c
4	4	004	EOT (end of transmission)	36	24	044	$	\$	68	44	104	D	D	100	64	144	d	d
5	5	005	ENQ (enquiry)	37	25	045	%	%	69	45	105	E	E	101	65	145	e	e
6	6	006	ACK (acknowledge)	38	26	046	&	&	70	46	106	F	F	102	66	146	f	f
7	7	007	BEL (bell)	39	27	047	'	'	71	47	107	G	G	103	67	147	g	g
8	8	010	BS (backspace)	40	28	050	((72	48	110	H	H	104	68	150	h	h
9	9	011	TAB (horizontal tab)	41	29	051))	73	49	111	I	I	105	69	151	i	i
10	A	012	LF (NL line feed, new line)	42	2A	052	*	*	74	4A	112	J	J	106	6A	152	j	j
11	B	013	VT (vertical tab)	43	2B	053	+	+	75	4B	113	K	K	107	6B	153	k	k
12	C	014	FF (NP form feed, new page)	44	2C	054	,	,	76	4C	114	L	L	108	6C	154	l	l
13	D	015	CR (carriage return)	45	2D	055	-	-	77	4D	115	M	M	109	6D	155	m	m
14	E	016	SO (shift out)	46	2E	056	.	.	78	4E	116	N	N	110	6E	156	n	n
15	F	017	SI (shift in)	47	2F	057	/	/	79	4F	117	O	O	111	6F	157	o	o
16	10	020	DLE (data link escape)	48	30	060	0	0	80	50	120	P	P	112	70	160	p	p
17	11	021	DC1 (device control 1)	49	31	061	1	1	81	51	121	Q	Q	113	71	161	q	q
18	12	022	DC2 (device control 2)	50	32	062	2	2	82	52	122	R	R	114	72	162	r	r
19	13	023	DC3 (device control 3)	51	33	063	3	3	83	53	123	S	S	115	73	163	s	s
20	14	024	DC4 (device control 4)	52	34	064	4	4	84	54	124	T	T	116	74	164	t	t
21	15	025	NAK (negative acknowledge)	53	35	065	5	5	85	55	125	U	U	117	75	165	u	u
22	16	026	SYN (synchronous idle)	54	36	066	6	6	86	56	126	V	V	118	76	166	v	v
23	17	027	ETB (end of trans. block)	55	37	067	7	7	87	57	127	W	W	119	77	167	w	w
24	18	030	CAN (cancel)	56	38	070	8	8	88	58	130	X	X	120	78	170	x	x
25	19	031	EM (end of medium)	57	39	071	9	9	89	59	131	Y	Y	121	79	171	y	y
26	1A	032	SUB (substitute)	58	3A	072	:	:	90	5A	132	Z	Z	122	7A	172	z	z
27	1B	033	ESC (escape)	59	3B	073	;	;	91	5B	133	[[123	7B	173	{	{
28	1C	034	FS (file separator)	60	3C	074	<	<	92	5C	134	\	\	124	7C	174	|	
29	1D	035	GS (group separator)	61	3D	075	=	=	93	5D	135]]	125	7D	175	}	}
30	1E	036	RS (record separator)	62	3E	076	>	>	94	5E	136	^	^	126	7E	176	~	~
31	1F	037	US (unit separator)	63	3F	077	?	?	95	5F	137	_	_	127	7F	177		DEL

Source: www.LookupTables.com

Међутим проблем коришћења овог стандарда јесте да нема писама других народа који нису били обухваћени овим стандардном. Ћирилица, кинеска и јапанска слова као и графички карактери (емотикони) само су неки од писама и карактера која су имале своје стандарде који нису били једнаки па се тако дешавало да се порука написана у једном писму протумачи сасвим погрешно у другом писму.

Да би се решио овај проблем убрзо је настао UNICODE стандард који је омогућио да се сва писма и сви могући карактери уврсте у јединствени систем. Део UNICODE карактера је приказан на слици испод.

U+0411	Б	Cyrillic Capital Letter Be	0473
U+0412	В	Cyrillic Capital Letter Ve	0474
U+0413	Г	Cyrillic Capital Letter Ghe	0475
U+0414	Д	Cyrillic Capital Letter De	0476
U+0415	Е	Cyrillic Capital Letter Ie	0477
U+0416	Ж	Cyrillic Capital Letter Zhe	0478
U+0417	З	Cyrillic Capital Letter Ze	0479

Постоје 3 врсте UNICODE стандарда које се активно користе а то су UTF-32, UTF-16, UTF-8. Број у имену представља са колико се минимум битова могу представити карактери у том стандарду.

Најпопуларнији стандард је UTF-8 који омогућава да карактер заузима само 8 битова (1 бајт) уколико је вредност из ASCII стандарда или 16 тј. 32. уколико није.

Постоје посебна правила да би се знало колико сваки карактер заузима бајтова и то:

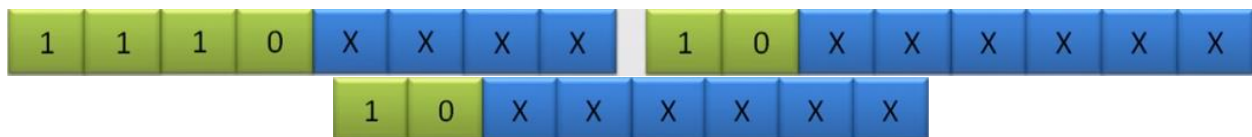
1. Уколико бајт почиње нулом то значи да је у питању ASCII карактер тј. да само 1 бајт представља тај карактер.



2. Уколико почиње са две јединице праћене нулом (110) то значи да је тај карактер представљен са 2 бајта. Пратећи бајт мора да почиње са 10.



3. Уколико почиње са три јединице праћене нулом (1110) то значи да је тај карактер представљен са 3 бајта. Пратећи бајтови морају почињати са 10.



Највише је дозвољено 6 бајтова тј. 48 битова за неки карактер у UTF-8 систему. Пратећи бајт мора да почиње нулом јер уколико се бајтови преносе преко интернета (нпр. стрим) може се десити да први бајт који је прочитан буде пратећи бајт. На овај начин знамо да није почетни бајт.

Који од следећих примера представља исправно написан UTF-8 карактер:

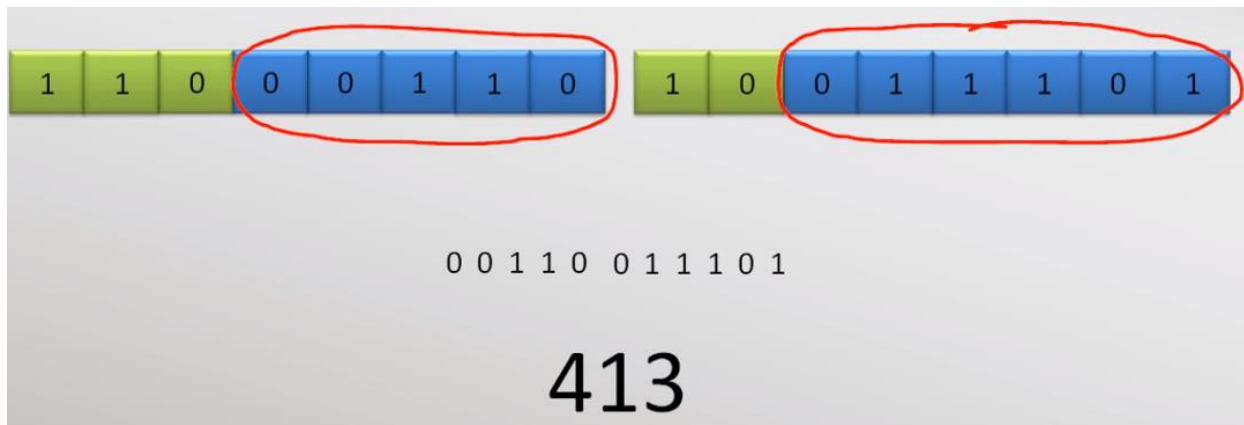
a) 01001010

b) 11001010

c) 11101010 10110010 10010011

d) 11010010 11001110

Број 413 који одговара неком карактеру у UNICODE табели се може приказати на овај начин.



Задатак:

Превести ову поруку која је написана у бинарном систему. Као помоћ користити ASCII табелу која се налази у овом документу осим за слово š које има UTF-8 вредност 197161.

01001111 01110110 01101111 00100000 01101110 01101001 01101010 01100101
00100000 01110100 01100101 11110000 10110000 10001000 10101001 1101011
1101111 100001